# Corrigé des exercices du livre

# Chapitre 21 : Systèmes électriques capacitifs

## Exercice 15 : Calculer l'intensité d'un courant électrique

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(2{,}3t) = 2{,}3.10^{-6}\ A$$

L'intensité du courant électrique est la même à tout instant.

## Exercice 21 : Charger un condensateur à courant constant

**a.** $q(t) = It$

**b.** $u_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{It}{C} = \frac{I}{C}t$

**c.** Le coefficient directeur k de la courbe d'évolution temporelle de la tension $u_c$ aux bornes du condensateur est égal à $\frac{I}{C}$.

D'après le graphe, $k = \frac{4{,}5}{100} = 4{,}5.10^{-2}\ V.s^{-1}$

$$\Rightarrow C = \frac{I}{k} = \frac{0{,}010.10^{-3}}{4{,}5.10^{-2}} = 2{,}2.10^{-4}\ F = 2{,}2.10^{2}\ \mu F$$

## Exercice 28 : Résoudre une équation différentielle

**a.** $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\Rightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\left(Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E\right) = E$$

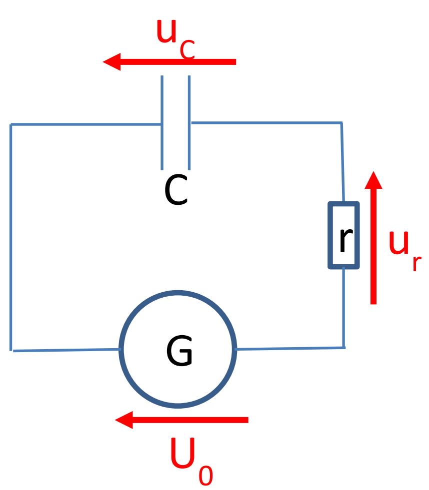
L'expression proposée est bien solution de cette équation différentielle.

**b.** A l'instant initial, le condensateur est totalement déchargé : $u_c(0) = 0$

Or $u_c(0) = Ae^{-\frac{0}{\tau}} + E = A + E \Rightarrow A = -E$

## Exercice 33 : Charge d'un condensateur

**a.**




D'après la loi des mailles, on a $U_0 = u_C + u_r$

$\Rightarrow U_0 = u_C + ri$

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ q &= Cu_C \end{aligned}\right\} \Rightarrow U_0 = u_C + rC\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{rC}u_C = \frac{U_0}{rC}$$

**b.** $u_c(t) = U_0\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = -\frac{U_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\Rightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = -\frac{U_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}U_0\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{U_0}{\tau}$$

L'expression proposée est bien solution de l'équation différentielle précédente.

## Exercice 37 : Défibrillateur cardiaque

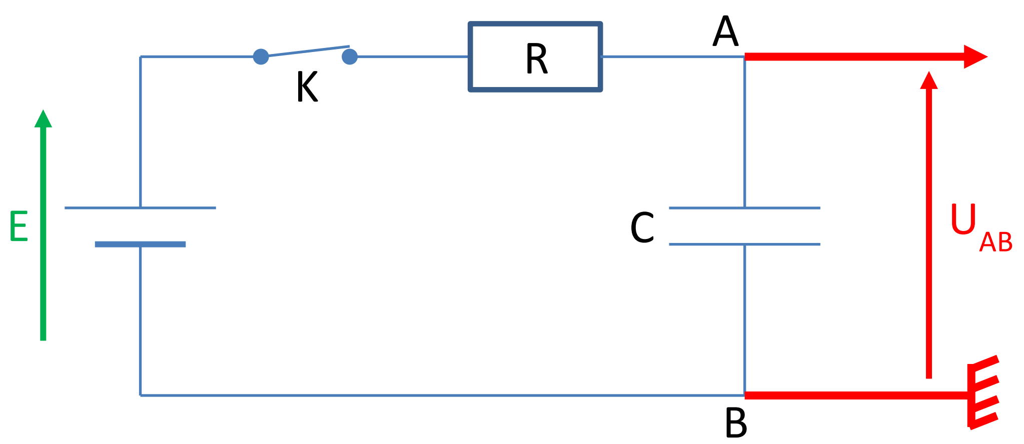
**a.** $C = \frac{q}{U} = \frac{0{,}30}{1{,}5.10^3} = 2{,}0.10^{-4}\ F$

**b.** $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{U}{R} = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q(t) = \frac{U}{R}t \Rightarrow \Delta t = \frac{R}{U}q = \frac{75}{1{,}5.10^3}0{,}3 = 1{,}5.10^{-2}\ s = 15\ ms$

## Exercice 40 : Temporisation d'une alarme

**1.**

**a.**




**b.** Par lecture graphique, on a $\tau = 5.10^1\ s$

$\tau_{th} = RC = 47.10^3 \times 1{,}1.10^{-3} = 52\ s$

La valeur expérimentale est donc bien en accord avec les caractéristiques du circuit.

Soit A le point de sortie du robinet et B le point situé à la distance h sous le robinet.

**2.**

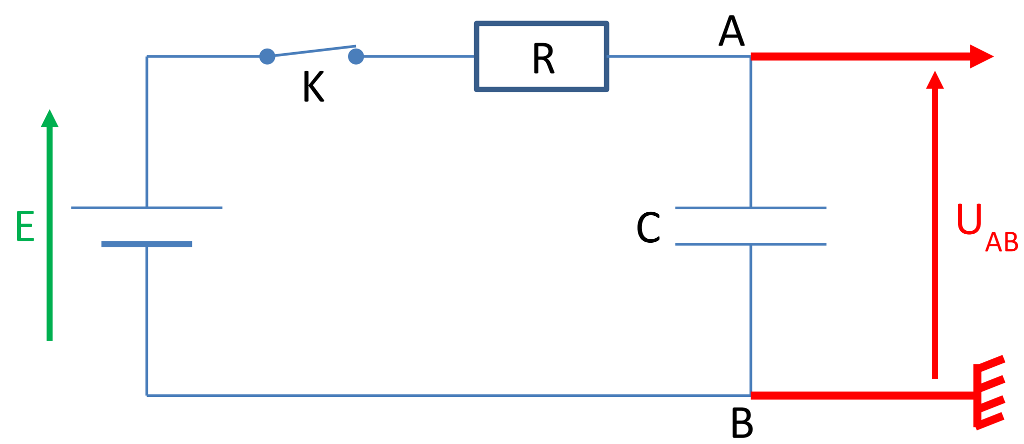
**a.** Par lecture graphique, l'habitant dispose de 120 s pour quitter l'appartement et fermer la porte.

**b.** Lors de la fermeture de la porte, le condensateur est mis en court-circuit. Il se décharge donc et la tension entre ses bornes ne peut pas atteindre la valeur seuil de 8,0 V.

## Exercice 42 : Fabriquer un capacimètre avec un microcontrôleur

1.

a.




b. D'après la loi des mailles, on a $E = u_C + u_R$

$\Rightarrow E = u_C + Ri$

$\left.\begin{array}{l} i = \frac{dq}{dt} \\ q = Cu_C \end{array}\right\} \Rightarrow E = u_C + RC\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$, avec RC = $\tau$.

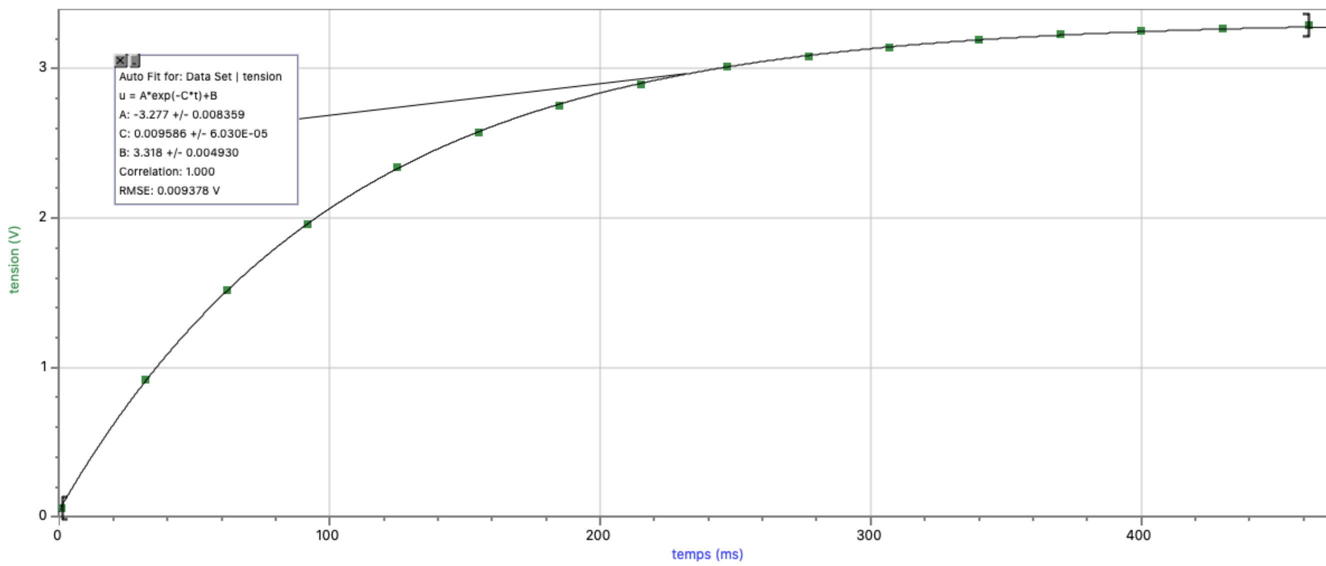
**c.** $u_c(t) = E\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = -\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\Rightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = -\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}E\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{\tau}$

L'expression proposée est bien solution de l'équation différentielle précédente.

2.

**a.**




**b.** Cf. graphe.

D'après la courbe de tendance, E = 3,3 V et $\tau_{exp}$ = 1,0.10$^2$ ms.

**c.** $\tau_{exp} = RC = 1{,}0.10^2\ ms \Rightarrow C_{exp} = \frac{\tau_{exp}}{R} = \frac{1{,}0.10^{-1}}{100.10^3} = 1{,}0.10^{-6}\ F = 1{,}0\ \mu F$

**d.** Les valeurs expérimentale et simulée de C sont proches. La simulation donne donc des résultats cohérents.

L'écart entre les deux valeurs s'explique par le caractère discret des valeurs obtenues lors de la simulation, alors que la modélisation expérimentale est associée à une grandeur variant en continu. Les données sont donc moins précises sur la simulation.

3.

**a.** On considère que le condensateur est chargé quand la tension à ses bornes atteint 99,3 % de la tension entre les bornes du générateur : $u_c(t) = 0{,}993E$. Cette condition est vérifiée lorsque x = 1016.

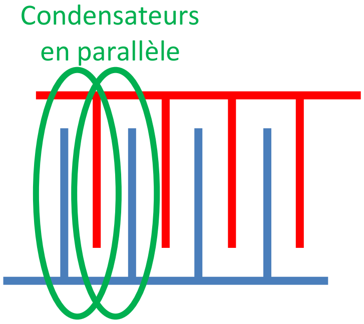
**b.** La valeur de x choisie à la ligne 14 pour la mesure du temps caractéristique correspond à 63 % de la valeur maximale. Cette valeur de x est obtenue pour t = $\tau$.

**c.** Il s'écoule 25 ms entre 2 mesures successives. Sur cet intervalle de temps, la valeur de x passe d'une valeur inférieure à 647 à une valeur supérieure à 647. La valeur de t correspond à la dernière date pour laquelle x est inférieur à 647. Elle sera donc toujours une estimation inférieure à la valeur réelle.
Pour obtenir un résultat plus proche de la valeur réelle du temps caractéristique, il faut réduire la temporisation.

## Exercice 43 : Détecteur de pluie capacitif et écran tactile

**1.**

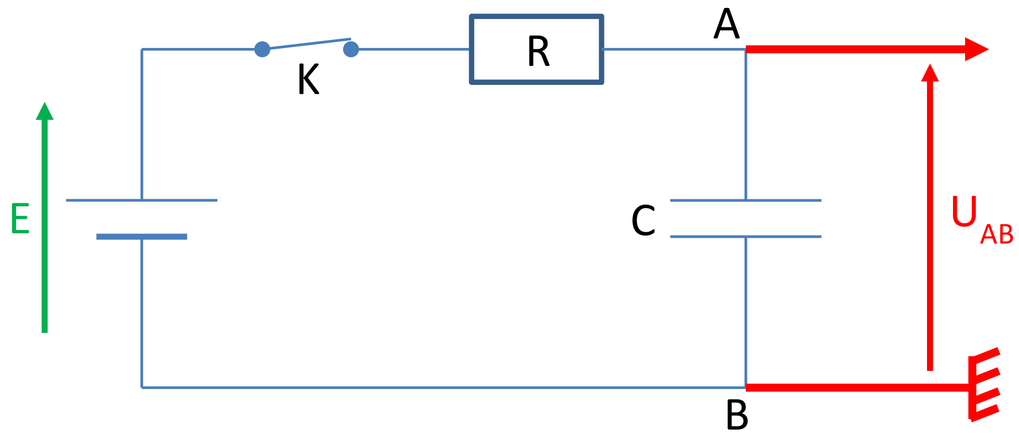
**a.**




**b.** Les 80 condensateurs sont répartis sur 32 mm. L'espacement entre les plaques est d = 0,1 mm, ce qui correspond à une distance totale de $80d = 80 \times 0{,}1 = 8\ mm$.
La distance restante (32 – 8 = 24 mm) correspond à l'épaisseur de l'ensemble des armatures.
81 armatures constituent ces 80 condensateurs. On a donc $e = \frac{24}{81} = 0{,}30\ mm$.

**2.**

a.




b. D'après la loi des mailles, on a $E = u_C + u_R$
$\Rightarrow E = u_C + Ri$
$\left.\begin{matrix} i = \frac{dq}{dt} \\ q = Cu_C \end{matrix}\right\} \Rightarrow E = u_C + RC\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$, avec RC = τ.
La solution générale de cette équation différentielle est la somme d'une solution particulière (lorsqu'on a atteint le régime permanent) et de la solution de l'Équation Sans Second Membre :

- **Détermination de la solution particulière :**

$$\frac{du_C}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC} \Rightarrow u_{C\,sol\,part} = E$$

- **Détermination de la solution de l'ESSM :**

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0 \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{RC}u_C$$

$$\Rightarrow \frac{du_C}{u_C} = -\frac{1}{RC}dt \Rightarrow \ln(u_C) = -\frac{1}{RC}t + K \Rightarrow u_C(t)_{ESSM} = e^{-\frac{1}{RC}t+K} = e^K e^{-\frac{1}{RC}t} = Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

- **Détermination de la solution générale :**

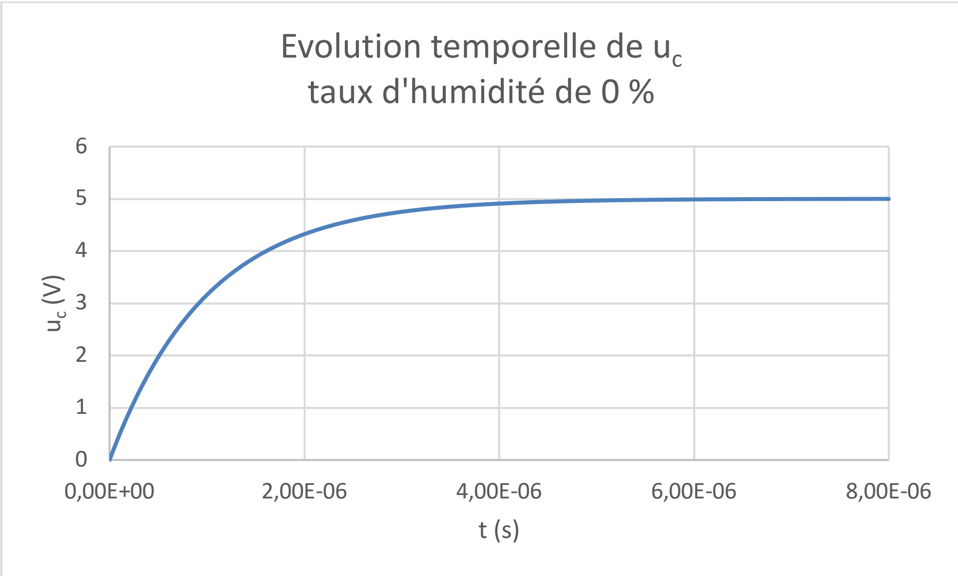
$$u_C(t) = u_{C_{sol\,part}} + u_C(t)_{ESSM} = E + Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

Le condensateur est initialement déchargé :

$$u_C(0) = E + Ae^{-\frac{1}{RC}\times 0} = E + A = 0 \Rightarrow A = -E$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{u_C(t)} = E - Ee^{-\frac{1}{RC}t} = \boldsymbol{E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)}$$

c.




**3.**

a. Par analyse graphique, le temps caractéristique du condensateur est $\tau = 2{,}8\ \mu s$

$$\Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{2{,}8.10^{-6}}{10.10^{3}} = 2{,}8.10^{-10}\ F = 280\ pF$$

D'après le tableau de correspondance, le taux d'humidité relative régnant dans la salle au moment de l'expérience est de 40 %.

b. Le dispositif de chauffage doit fonctionner pendant toute la durée du cycle de charge. Ainsi, s'il ne s'agit que de rosée, elle est vaporisée. Par contre, une goutte de pluie, représentant une quantité d'eau plus importante, ne sera pas vaporisée.

**4.** Lorsque le doigt touche l'écran, cela entraîne une diminution du champ électrique entre les deux fils A et B. Cela a pour conséquence une diminution de la capacité du condensateur entre A et B.

## Exercice 45 : Un accéléromètre pour sauver des vies

**1.**

**a.** Lors de la mise sous tension, le condensateur se charge. La tension entre ses armatures augmente jusqu'à atteindre la valeur de E, et l'intensité du courant diminue. Par conséquent, la courbe (a) correspond à l'évolution temporelle de la tension et la courbe (b) correspond à l'évolution temporelle de l'intensité du courant.

**b.** Jusqu'à environ 5 s, le système est en régime transitoire ($u_c$ et i varient). A partir de là, le système est en régime permanent ($u_c$ et i ne varient plus).

**c.** Par lecture graphique, le temps caractéristique est τ = 1 ns. Cette valeur est négligeable devant la durée du choc.

**d.** $\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{1{,}0.10^{-9}}{100.10^{-12}} = 10\ \Omega$

**e.** En régime stationnaire, $u_c$ = E = 5,0 V et i = 0 A.

**f.** $q = Cu_c = CE = 100.10^{-12} \times 5{,}0 = 5{,}0.10^{-10}\ C$

**2.**

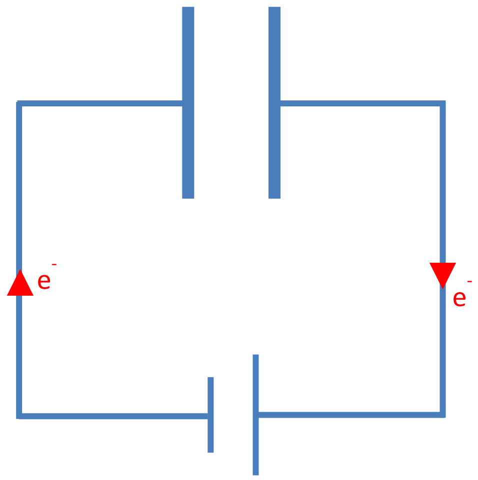
**a.** La partie fixe du condensateur s'appelle le cadre. La partie mobile ne porte pas de nom particulier.

**b.** Lorsque la distance entre les armatures diminue, la capacité du condensateur augmente. La proposition 2 est donc celle qui peut convenir.

**c.** Le temps caractéristique étant très faible, le régime transitoire est négligeable. Avant le choc, le condensateur est donc en régime permanent. On a donc $u_c = E$ et $q = CE$.

**d.** La tension aux bornes du condensateur est égale à la tension aux bornes du générateur. Or la tension aux bornes du générateur est constante. La tension aux bornes du condensateur n'est donc pas modifiée par le choc. La capacité du condensateur augmentant lors du choc, la charge du condensateur augmente donc.

**e.**




**f.** $i = \frac{dq}{dt}$

**g.** Avant le choc, le système est en régime permanent, et l'intensité du courant électrique est donc nulle. Lors du choc, la variation de la capacité du condensateur entraine une variation de la charge électrique emmagasinée par le condensateur. Cette variation induit un courant électrique. Par conséquent, le déclenchement du gonflage de l'airbag est commandé par la détection d'une variation d'intensité du courant dans le circuit.